
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Φυλλάδιο 5

1 Επίπεδο

Άσκηση 1.1 Να βρεθούν η διανυσματική εξίσωση, οι παραμετρικές εξισώσεις και η αναλυτική εξίσωση του επιπέδου:

(α) που διέρχεται από το σημείο $A(1, -1, 2)$ και είναι παράλληλο στα διανύσματα $\vec{a}_1 = (1, 0, -2)$ και $\vec{a}_2 = (-1, 3, 4)$,

(β) που διέρχεται από τα σημεία $A(3, -1, 2)$, $B(2, -5, 0)$ και είναι παράλληλο στο διάνυσμα $\vec{a} = (2, 5, -3)$,

(γ) που διέρχεται από τα σημεία $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ και $C(0, 0, 1)$,

(δ) που διέρχεται από το $A(1, 3, -2)$ και είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{a} = (-3, 4, 1)$.

Άσκηση 1.2 Να αποδείξετε ότι τα σημεία $P_1(0, 0, 1)$, $P_2(-1, 0, 17)$, $P_3(3, 4, 5)$ και $P_4(1, 1, -2)$ βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, του οποίου να βρεθεί η εξίσωση.

Άσκηση 1.3 Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου που περνάει από το $P(2, 1, -1)$ και είναι κάθετο στα επίπεδα με αναλυτικές εξισώσεις $2x + y - 3 = 0$ και $x + 2y + z = 2$.

Άσκηση 1.4 Αν τα επίπεδα $2x - y + 3z - 4 = 0$ και $6x - 3y + 9z + 6 = 0$ είναι παράλληλα, να βρείτε την αναλυτική εξίσωση του μεσοπαράλληλου επιπέδου.

Άσκηση 1.5 Να βρεθεί η εξίσωση του επιπέδου που περνάει από τα σημεία $P_1(2, 0, 0)$ και $P_2(0, -4, 0)$ και είναι κάθετο στο επίπεδο $2x - y + 3z = 10$.

Άσκηση 1.6 Δίνεται το επίπεδο Π με αναλυτική εξίσωση $2x + y + z = 1$.

(α) Να καθοριστεί ο θετικός και αρνητικός ημίχωρος του Π .

(β) Να βρεθεί ένα μοναδιαίο και κάθετο διάνυσμα στο επίπεδο Π .

(γ) Να βρεθεί η απόσταση του $O = (0, 0, 0)$ από το επίπεδο Π . Σε ποιον ημίχωρο του Π βρίσκεται το σημείο O ;

Άσκηση 1.7 Να δείξετε ότι τα σημεία $P_1(1, -4, -2)$ και $P_2(-1, 2, 3)$ βρίσκονται εκατέρωθεν του επιπέδου $7x - 3y + 4z = 5$ και ισαπέχουν από αυτό.

Άσκηση 1.8 Ένα επίπεδο Π έχει συντεταγμένες επί την αρχή α, β, γ . Αν η αρχή των συντεταγμένων έχει απόσταση d από το Π , δείξτε ότι ισχύει

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{d^2}.$$